

## 第2章 3 「関数の最大・最小」「不定形の極限」 第2回

解答

1. (1) 最大値 1 ( $x=0$ ), 最小値  $-15$  ( $x=2$ )  
 (2) 最大値  $-4$  ( $x=1$ ), 最小値  $-13$  ( $x=4$ )  
 (3) 最大値 1 ( $x=-2$ ), 最小値  $-3$  ( $x=-3, 0$ )  
 (4) 最大値  $\frac{16}{3}$  ( $x=2$ ), 最小値 3 ( $x=3$ )  
 (5) 最大値 2 ( $x=-1$ ), 最小値  $-15$  ( $x=-2$ )  
 (6) 最大値  $2\log 2 - 2$  ( $x=2$ ), 最小値  $-1$  ( $x=1$ )

2. (1)  $-\frac{3}{4}$  (2)  $-2$   
 3. (1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{5}{4}$  (3) 0 (4) 3

解説

1. (1)  $y' = -4x - 4 = -4(x+1)$   
 $y' = 0$  となる  $x$  は  $x = -1$   
 ( $-1$  は  $0 \leq x \leq 2$  に含まれない)
- |      |   |     |       |
|------|---|-----|-------|
| $x$  | 0 | ... | 2     |
| $y'$ |   | -   |       |
| $y$  | 1 | ↘   | $-15$ |
- 最大値 1 ( $x=0$ )  
 最小値  $-15$  ( $x=2$ )

- (2)  $y' = 2x - 8 = 2(x-4)$   
 $y' = 0$  となる  $x$  は  $x = 4$
- |      |      |     |       |     |       |
|------|------|-----|-------|-----|-------|
| $x$  | 1    | ... | 4     | ... | 5     |
| $y'$ |      | -   | 0     | +   |       |
| $y$  | $-4$ | ↘   | $-13$ | ↗   | $-12$ |
- 最大値  $-4$  ( $x=1$ ), 最小値  $-13$  ( $x=4$ )

- (3)  $y' = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$   
 $y' = 0$  となる  $x$  は  $x = 0, -2$
- |      |      |     |      |     |      |
|------|------|-----|------|-----|------|
| $x$  | $-3$ | ... | $-2$ | ... | 0    |
| $y'$ |      | +   | 0    | -   | 0    |
| $y$  | $-3$ | ↗   | 1    | ↘   | $-3$ |
- 最大値 1 ( $x=-2$ ), 最小値  $-3$  ( $x=-3, 0$ )

- (4)  $y' = -x^2 + 4 = -(x+2)(x-2)$   
 $y' = 0$  となる  $x$  は  $x = \pm 2$   
 ( $-2$  は  $1 \leq x \leq 3$  に含まれない)
- |      |                |     |                |     |   |
|------|----------------|-----|----------------|-----|---|
| $x$  | 1              | ... | 2              | ... | 3 |
| $y'$ |                | +   | 0              | -   |   |
| $y$  | $\frac{11}{3}$ | ↗   | $\frac{16}{3}$ | ↘   | 3 |
- 最大値  $\frac{16}{3}$  ( $x=2$ ), 最小値 3 ( $x=3$ )

- (5)  $y' = -12x^3 - 12x^2 = -12x^2(x+1)$   
 $y' = 0$  となる  $x$  は  $x = 0, -1$
- |      |       |     |      |     |   |     |      |
|------|-------|-----|------|-----|---|-----|------|
| $x$  | $-2$  | ... | $-1$ | ... | 0 | ... | 1    |
| $y'$ |       | +   | 0    | -   | 0 | -   |      |
| $y$  | $-15$ | ↗   | 2    | ↘   | 1 | ↘   | $-6$ |
- 最大値 2 ( $x=-1$ ), 最小値  $-15$  ( $x=-2$ )

- (6)  $y' = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x}$   
 $y' = 0$  となる  $x$  は  $x = 2$
- |      |      |     |               |
|------|------|-----|---------------|
| $x$  | 1    | ... | 2             |
| $y'$ |      | +   | 0             |
| $y$  | $-1$ | ↗   | $2\log 2 - 2$ |
- 最大値  $2\log 2 - 2$  ( $x=2$ ), 最小値  $-1$  ( $x=1$ )

2. (1) 与式  $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-4}{x+3}$   
 $= \frac{1-4}{1+3} = -\frac{3}{4}$   
 (2) 与式  $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3}}{\frac{1}{x^4} - \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x} - 1} = \frac{2}{-1}$   
 $= -2$   
 3. (1)  $\lim_{x \rightarrow 2} (5x^2 - 12x + 4) = 5 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 + 4 = 0,$   
 $\lim_{x \rightarrow 2} (7x^2 - 12x - 4) = 7 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 - 4 = 0$   
 より  $\frac{0}{0}$  の不定形  
 与式  $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(5x^2 - 12x + 4)'}{(7x^2 - 12x - 4)' } = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{10x - 12}{14x - 12}$   
 $= \frac{20 - 12}{28 - 12} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$   
 (2)  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^4 + 7x - 2) = (-2)^4 + 7 \cdot (-2) - 2 = 0,$   
 $\lim_{x \rightarrow -2} (x^4 + x^3 - 8) = (-2)^4 + (-2)^3 - 8 = 0$   
 より  $\frac{0}{0}$  の不定形  
 与式  $= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^4 + 7x - 2)'}{(x^4 + x^3 - 8)' } = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^3 + 7}{4x^3 + 3x^2}$   
 $= \frac{-32 + 7}{-32 + 12} = \frac{-25}{-20} = \frac{5}{4}$   
 (3)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) = 1 - \cos 0 = 1 - 1 = 0,$   
 $\lim_{x \rightarrow 0} (x^3 + 2x) = 0^3 + 0 = 0$  より  $\frac{0}{0}$  の不定形  
 与式  $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)'}{(x^3 + 2x)' } = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{3x^2 + 2} = \frac{\sin 0}{0 + 2}$   
 $= \frac{0}{2} = 0$   
 (4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x + 2) = \infty, \lim_{x \rightarrow \infty} (x + \log x) = \infty$  より  
 $\frac{\infty}{\infty}$  の不定形  
 与式  $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x + 2)'}{(x + \log x)' } = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{1 + \frac{1}{x}}$   
 $= \frac{3}{1 + 0} = 3$