# 第2章 1 「接線と法線」 第3回

## 解答

**1.** (1) 11　(2) 4　(3) 4　(4) $-1$

**2.** (1) $y = 4x + 1$　(2) $y = \frac{3}{2}x + 6$

(3) $y = x - 2$　(4) $y = x - \frac{\pi}{2}$

**3.** (1) $\frac{1}{6}$　(2) $\frac{1}{7}$　(3) $-2$　(4) 1

**4.** (1) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{14}{3}$　(2) $y = -x + 2$

(3) $y = -4x + 18$　(4) $y = -2x$

## 解説

**1.** (1) $f(x) = x^3 - x$ とおくと $f'(x) = 3x^2 - 1$

$f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 1 = 12 - 1 = 11$

接線の傾きは 11

(2) $f(x) = \frac{2}{x^2} = 2x^{-2}$ とおくと

$f'(x) = -4x^{-3} = -\frac{4}{x^3}$

$f'(-1) = -\frac{4}{(-1)^3} = 4$

接線の傾きは 4

(3) $f(x) = 3\sqrt[3]{x^4} = 3x^{\frac{4}{3}}$ とおくと

$f'(x) = 3 \cdot \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} = 4\sqrt[3]{x}$

$f'(1) = 4\sqrt[3]{1} = 4 \cdot 1 = 4$

接線の傾きは 4

(4) $f(x) = -e^x$ とおくと $f'(x) = -e^x$

$f'(0) = -e^0 = -1$

接線の傾きは $-1$

**2.** (1) $f(x) = -x^2 + 2x$ とおくと $f'(x) = -2x + 2$

$f'(-1) = 2 + 2 = 4$

接線の方程式は

$y - (-3) = 4\{x - (-1)\}$ すなわち

$y = 4(x + 1) - 3 = 4x + 1$

(2) $f(x) = 6\sqrt{x} = 6x^{\frac{1}{2}}$ とおくと

$f'(x) = 6 \cdot \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{\sqrt{x}}, f'(4) = \frac{3}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$

接線の方程式は $y - 12 = \frac{3}{2}(x - 4)$ すなわち

$y = \frac{3}{2}(x - 4) + 12 = \frac{3}{2}x + 6$

(3) $f(x) = x^3 - 2x$ とおくと $f'(x) = 3x^2 - 2$

$f(1) = 1 - 2 = -1, f'(1) = 3 - 2 = 1$

接線の方程式は $y - (-1) = 1 \cdot (x - 1)$

すなわち $y = x - 1 - 1 = x - 2$

(4) $f(x) = -\cos x$ とおくと

$f'(x) = \sin x, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\cos\frac{\pi}{2} = 0$

$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$

接線の方程式は $y - 0 = 1 \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right) = x - \frac{\pi}{2}$

**3.** (1) $f(x) = -3x^2 + 3$ とおくと $f'(x) = -6x$

法線の傾きは $-\frac{1}{f'(1)} = -\frac{1}{-6} = \frac{1}{6}$

(2) $f(x) = x^4 - x^3$ とおくと $f'(x) = 4x^3 - 3x^2$

法線の傾きは $-\frac{1}{f'(-1)} = -\frac{1}{-4-3} = \frac{1}{7}$

(3) $f(x) = -\frac{2}{x^2} = -2x^{-2}$ とおくと

$f'(x) = 4x^{-3} = \frac{4}{x^3}$

法線の傾きは

$-\frac{1}{f'(2)} = -1 \div f'(2) = -1 \div \frac{4}{8} = -2$

(4) $f(x) = 3\log x$ とおくと $f'(x) = \frac{3}{x}$

法線の傾きは $-\frac{1}{f'(-3)} = -1 \div \frac{3}{-3} = 1$

**4.** (1) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$ とおくと $f'(x) = x + 1$

$f(2) = 2 + 2 = 4, f'(2) = 2 + 1 = 3$

法線の方程式は $y - 4 = -\frac{1}{3}(x - 2)$ すなわち

$y = -\frac{1}{3}(x - 2) + 4 = -\frac{1}{3}x + \frac{14}{3}$

(2) $f(x) = -x^3 + 2x^2$ とおくと $f'(x) = -3x^2 + 4x$

$f(1) = -1 + 2 = 1, f'(1) = -3 + 4 = 1$

法線の方程式は $y - 1 = -\frac{1}{1}(x - 1)$

すなわち $y = -(x - 1) + 1 = -x + 2$

(3) $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ とおくと

$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}, f(4) = \sqrt{4} = 2$

$f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$

法線の方程式は $y - 2 = \left(-1 \div \frac{1}{4}\right)(x - 4)$

すなわち $y = -4(x - 4) + 2 = -4x + 18$

(4) $f(x) = \frac{1}{2}\sin x$ とおくと $f'(x) = \frac{1}{2}\cos x$

$f(0) = 0, f'(0) = \frac{1}{2}\cos 0 = \frac{1}{2}$

法線の方程式は

$y - 0 = \left(-1 \div \frac{1}{2}\right)(x - 0) = -2x$

すなわち $y = -2x$