第１章 2 「微分係数」「導関数」 第２回

解答

1. (1) 2　(2) 6

2. (1) 3　(2) 8

3. (1) $f'(a) = 4a$, 傾き 4　(2) $f'(a) = 6a$, 傾き 12

4. (1) $2x$, 微分係数 2　(2) $6x$, 微分係数 6
(3) $2x + 5$, 微分係数 7　(4) $6x^2$, 微分係数 6

解説

1. (1) $f(x) = 2x + 1$ とおくと $f(1) = 3$, $f(3) = 7$
より平均変化率は $\dfrac{7-3}{3-1} = \dfrac{4}{2} = 2$

(2) $f(x) = x^2$ とおくと $f(2) = 4$, $f(4) = 16$ より
平均変化率は $\dfrac{16-4}{4-2} = \dfrac{12}{2} = 6$

2. (1) $f'(1) = \lim\limits_{z \to 1} \dfrac{3z-3}{z-1} = \lim\limits_{z \to 1} \dfrac{3(z-1)}{z-1} = \lim\limits_{z \to 1} 3$
$= 3$

(2) $f'(4) = \lim\limits_{z \to 4} \dfrac{z^2-16}{z-4} = \lim\limits_{z \to 4} \dfrac{(z+4)(z-4)}{z-4}$
$= \lim\limits_{z \to 4} (z+4) = 8$

3. (1) $f'(a) = \lim\limits_{z \to a} \dfrac{2z^2-2a^2}{z-a} = \lim\limits_{z \to a} \dfrac{2(z+a)(z-a)}{z-a}$
$= \lim\limits_{z \to a} 2(z+a) = 2(a+a) = 4a$
点 $(1,\ 2)$ における接線の傾きは, $f'(1) = 4$

(2) $f'(a) = \lim\limits_{z \to a} \dfrac{(3z^2+1)-(3a^2+1)}{z-a}$
$= \lim\limits_{z \to a} \dfrac{3z^2-3a^2}{z-a} = \lim\limits_{z \to a} \dfrac{3(z+a)(z-a)}{z-a}$
$= \lim\limits_{z \to a} 3(z+a) = 3(a+a) = 6a$
点 $(2,\ 13)$ における接線の傾きは, $f'(2) = 12$

4. (1) $f(x) = x^2$ とおくと
$f'(x) = \lim\limits_{z \to x} \dfrac{z^2-x^2}{z-x} = \lim\limits_{z \to x} \dfrac{(z+x)(z-x)}{z-x}$
$= \lim\limits_{z \to x} (z+x) = 2x$
$x = 1$ における微分係数は, $f'(1) = 2$

(2) $f(x) = 3x^2 + 1$ とおくと
$f'(x) = \lim\limits_{z \to x} \dfrac{(3z^2+1)-(3x^2+1)}{z-x}$
$= \lim\limits_{z \to x} \dfrac{3z^2-3x^2}{z-x} = \lim\limits_{z \to x} 3(z+x) = 6x$
$x = 1$ における微分係数は, $f'(1) = 6$

(3) $f(x) = x^2 + 5x$ とおくと
$f'(x) = \lim\limits_{z \to x} \dfrac{(z^2+5z)-(x^2+5x)}{z-x}$
$= \lim\limits_{z \to x} \dfrac{z^2-x^2}{z-x} + \lim\limits_{z \to x} \dfrac{5z-5x}{z-x}$
$= \lim\limits_{z \to x} (z+x) + \lim\limits_{z \to x} 5 = 2x + 5$
$x = 1$ における微分係数は, $f'(1) = 7$

(4) $f(x) = 2x^3$ とおくと
$f'(x) = \lim\limits_{z \to x} \dfrac{2z^3-2x^3}{z-x}$
$= \lim\limits_{z \to x} \dfrac{2(z-x)(z^2+zx+x^2)}{z-x}$
$= \lim\limits_{z \to x} 2(z^2+zx+x^2) = 6x^2$
$x = 1$ における微分係数は, $f'(1) = 6$