第1章 1 「関数の極限」 第1回

解答

1. (1) 16　(2) 1
(3) -1

2. (1) 11　(2) 8
(3) $\dfrac{3}{5}$

3. (1) -1　(2) -1
(3) -3　(4) -4

4. (1) 1　(2) 1

解説

1. (1) $\displaystyle\lim_{x\to 4} x^2 = 4^2 = 16$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0} 2^x = 2^0 = 1$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to \pi} \cos x = \cos\pi = -1$

2. (1) $\displaystyle\lim_{x\to 2} x^3 = 8,\ \lim_{x\to 2} 3 = 3$ より

$\displaystyle\lim_{x\to a}\{f(x)+g(x)\} = \lim_{x\to a} f(x) + \lim_{x\to a} g(x)$

となる性質を用いて

$\displaystyle\lim_{x\to 2}(x^3+3) = \lim_{x\to 2} x^3 + \lim_{x\to 2} 3 = 8+3 = 11$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 2} x^3 = 8,\ \lim_{x\to 2}\sqrt{x-1} = 1$ より

$\displaystyle\lim_{x\to a}\{f(x)g(x)\} = \lim_{x\to a} f(x)\lim_{x\to a} g(x)$

となる性質を用いて

$\displaystyle\lim_{x\to 2} x^3\sqrt{x-1} = \left(\lim_{x\to 2} x^3\right)\cdot\left(\lim_{x\to 2}\sqrt{x-1}\right)$

$= 8\cdot 1 = 8$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 1}(x+2) = 3,\ \lim_{x\to 1}(x+4) = 5$ より

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} \quad (g(x) \fallingdotseq 0)$$

となる性質を用いて $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x+2}{x+4} = \frac{3}{5}$

3. (1) $x \fallingdotseq 2$ のとき $\dfrac{(x-2)(x-3)}{x-2} = x-3$ より

$\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-3)}{x-2} = \lim_{x\to 2}(x-3)$

$= 2-3 = -1$

(2) $x \fallingdotseq -1$ のとき $\dfrac{x(x+1)}{x+1} = x$ より

$\displaystyle\lim_{x\to -1}\frac{x(x+1)}{x+1} = \lim_{x\to -1} x = -1$

(3) $x \fallingdotseq -2$ のとき

$\dfrac{x^2+x-2}{x+2} = \dfrac{(x+2)(x-1)}{x+2} = x-1$ より

$\displaystyle\lim_{x\to -2}\frac{x^2+x-2}{x+2} = \lim_{x\to -2}(x-1) = -3$

(4) $x \fallingdotseq -1$ のとき

$\dfrac{x^2-2x-3}{x+1} = \dfrac{(x-3)(x+1)}{x+1} = x-3$ より

$\displaystyle\lim_{x\to -1}\frac{x^2-2x-3}{x+1} = \lim_{x\to -1}(x-3) = -4$

4. 教科書 p.9 にあるように $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x} = 0$ または

$\displaystyle\lim_{x\to -\infty}\frac{1}{x} = 0$ などが利用できるように変形する

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x+2}{x-1} = \lim_{x\to\infty}\frac{(x+2)\times\frac{1}{x}}{(x-1)\times\frac{1}{x}}$

$\displaystyle = \lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{2}{x}}{1-\frac{1}{x}} = \frac{1+0}{1-0} = 1$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+5}\times\frac{1}{x}}{x\times\frac{1}{x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{5}{x^2}}}{1}$

$\displaystyle = \frac{\sqrt{1+0}}{1} = 1$