# 大日本図書　微分積分Ⅰ・反復練習プリント 問題編

## 第１章　微分法

1. 「関数の極限」(3 回分)
2. 「微分係数」「導関数」(3 回分)
3. 「導関数の性質」(3 回分)
4. 「三角関数の導関数」「指数関数と対数関数の導関数」(3 回分)
5. 「合成関数の導関数」(3 回分)
6. 「対数関数の性質を用いた微分法」(3 回分)
7. 「逆三角関数とその導関数」(3 回分)

## 第２章　微分の応用

1. 「接線と法線」(3 回分)
2. 「関数の増減」「極大と極小」(3 回分)
3. 「関数の最大・最小」「不定形の極限」(3 回分)

## 第３章　積分法

1. 「不定積分」(3 回分)
2. 「定積分の計算」(3 回分)
3. 「置換積分法」(3 回分)
4. 「部分積分法」(3 回分)

## 第４章　積分の応用

1. 「図形の面積」(3 回分)

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

# 第１章 1 「関数の極限」 第１回

**1.** 次の極限値を求めよ.

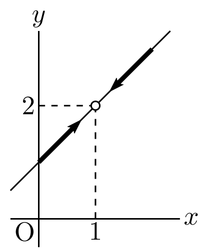
(1) $\displaystyle\lim_{x\to4} x^2$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to0} 2^x$　　(3) $\displaystyle\lim_{x\to\pi} \cos x$

**2.** 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}(x^3+3)$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to2} x^3\sqrt{x-1}$　　(3) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x+2}{x+4}$

**例題** $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$ を求めよ.

$y=\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$ のグラフ




**解**　分母に $x=1$ を代入すると, 分母が 0 になって値が求められないが, グラフを見てもわかるように, $x \fallingdotseq 1$ における $x=1$ の近くでは値を求めることができる. $x$ を 1 に近づけていくと, 値は 2 に近づいていくことがわかる.

極限値は, $x \fallingdotseq 1$ のとき $\dfrac{(x-1)(x+1)}{x-1}=x+1$ となることを利用して

$\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}=\lim_{x\to1}(x+1)=1+1=2$ となる.

**3.** 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x-3)}{x-2}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{x(x+1)}{x+1}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{x^2+x-2}{x+2}$　　(4) $\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{x^2-2x-3}{x+1}$

**4.** 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x+2}{x-1}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+5}}{x}$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第１章 １ 「関数の極限」 第２回

**1.** 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 3} x^2$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 2} 4^x$　　(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \sin x$

**2.** 次の極限値を求めよ

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 2}(x^3+x)$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\cos \pi x$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 1} x\sqrt{x+1}$　　(4) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x+3}{x-2}$

**3.** 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^3}{x}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+3)}{x-1}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{x-2}$　　(4) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2}$

**4.** 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{3x+1}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{-2x+1}{x+1}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3}{x^2+x+4}$　　(4) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{x^2+3x+1}$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-3}}{x}$　　(6) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{3x^2-1}}{x}$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

# 第１章 1 「関数の極限」 第３回

**1.** 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 3} x^4$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \cos x$　　(3) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \log_3 x$

**2.** 次の極限値を求めよ

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 2}(x^2+x+3)$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 1}(x+1)\sqrt{x+3}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x-3}{x+1}$　　(4) $\displaystyle\lim_{x\to 0}(\cos^2 x-3^x)$

**3.** 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{4x^2+3x}{3x}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 3}\frac{x^2-4x+3}{x-3}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x-1}$　　(4) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x^2+2x-3}$

**4.** 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to \infty}\frac{3x+4}{2x-1}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to -\infty}\frac{2x^2-1}{x^2+3x+1}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to \infty}\frac{3x+1}{2x^2+x-2}$　　(4) $\displaystyle\lim_{x\to \infty}\frac{\sqrt{4x^2+1}}{x}$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to \infty}(\sqrt{x^2+4}-x)$　　(6) $\displaystyle\lim_{x\to \infty}(\sqrt{x^2+x}-x)$

| 日 付 | 学 科 | 学 年 | 番 号 | 名 前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第１章 2 「微分係数」「導関数」 第１回

**1.** 次の値を求めよ.

(1) 関数 $y = 3x$ の 1 から 2 までの平均変化率

(2) 関数 $y = x^2$ の 1 から 4 までの平均変化率

**2.** $f(x)$ の $x = a$ における微分係数 $f'(a)$ を, 定義 $f'(a) = \lim_{z \to a} \dfrac{f(z) - f(a)}{z - a}$ に従って求めよ.

(1) $f(x) = 2x$ の $x = 2$ における微分係数 $f'(2)$

(2) $f(x) = x^2$の $x = 3$ における微分係数 $f'(3)$

**3.** 次の問に答えよ.

(1) $f(x) = 3x^2$ について, $f'(a)$ を求めよ. また, グラフ上の点 $(1,\ 3)$ における接線の傾きを求めよ.

(2) $f(x) = 4x^2$ について, $f'(a)$ を求めよ. また, グラフ上の点 $(1,\ 4)$ における接線の傾きを求めよ.

**例題** $y = f(x)$ の導関数が $f'(x) = \lim_{z \to x} \dfrac{f(z) - f(x)}{z - x}$ となることを定義として, $y = 2x^2$ の導関数を定義に従って求めよ. また, $x = 1$ における微分係数を求めよ.

**解** $f(x) = 2x^2$とおくと $f(z) = 2z^2$ より

$$f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{2z^2 - 2x^2}{z - x} = \lim_{z \to x} \frac{2(z^2 - x^2)}{z - x} = \lim_{z \to x} \frac{2(z + x)(z - x)}{z - x} = \lim_{z \to x} 2(z + x) = 2(x + x) = 4x$$

また, $x = 1$ における微分係数は $f'(1) = 4$ となる.

**4.** $y = 5x^2$ の導関数を上の定義に従って求めよ. また, $x = 2$ における微分係数を求めよ.

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第１章 2 「微分係数」「導関数」 第２回

**1.** 次の値を求めよ．

(1) 関数 $y = 2x + 1$ の 1 から 3 までの平均変化率　　(2) 関数 $y = x^2$ の 2 から 4 までの平均変化率

**2.** 次の微分係数を定義に従って求めよ．

(1) $f(x) = 3x$ の $x = 1$ における微分係数 $f'(1)$　　(2) $f(x) = x^2$ の $x = 4$ における微分係数 $f'(4)$

**3.** 次の問に答えよ．

(1) $f(x) = 2x^2$ について，$f'(a)$ を求めよ．また，グラフ上の点 $(1,\ 2)$ における接線の傾きを求めよ．

(2) $f(x) = 3x^2 + 1$ について，$f'(a)$ を求めよ．また，グラフ上の点 $(2,\ 13)$ における接線の傾きを求めよ．

**4.** 次の関数の導関数を定義に従って求めよ．また，$x = 1$ における微分係数を求めよ．

(1) $y = x^2$　　(2) $y = 3x^2 + 1$

(3) $y = x^2 + 5x$　　(4) $y = 2x^3$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| / | | | | |

# 第1章 2 「微分係数」「導関数」 第3回

**1.** 次の値を求めよ.

(1) 関数 $y = 4x - 1$ の $a$ から $b$ までの平均変化率　　(2) 関数 $y = x^2 - 4$ の $a$ から $b$ までの平均変化率

**2.** 次の微分係数を定義に従って求めよ.

(1) $f(x) = x^2 + 3$ の $x = 1$ における微分係数 $f'(1)$　　(2) $f(x) = x^3$ の $x = 2$ における微分係数 $f'(2)$

**3.** 次の問に答えよ.

(1) $f(x) = -x^2$ について, $f'(a)$ を求めよ．また，グラフ上の点 $(2,\ -4)$ における接線の傾きを求めよ.

(2) $f(x) = x^2 + x$ について, $f'(a)$ を求めよ．また，グラフ上の点 $(1,\ 2)$ における接線の傾きを求めよ.

**4.** 次の関数の導関数を定義に従って求めよ．また，$x = 1$ における微分係数を求めよ.

(1) $y = 4x^2$　　(2) $y = -x^2 + 3$

(3) $y = 2x^2 + 3x$　　(4) $y = x^3 + x$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

# 第１章 3 「導関数の性質」 第１回

**例題** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = 3x^2 + x$　　(2) $y = (x+2)(2x-3)$

(3) $y = \dfrac{3x+4}{x+2}$　　(4) $y = \dfrac{1}{x+4}$

**解** (1) 教科書 p.15 の導関数の性質を用いて $y' = (3x^2+x)' = (3x^2)' + (x)' = 3(x^2)' + 1 = 3 \cdot 2x + 1 = 6x + 1$

(2) 教科書 p.17 の積の微分公式を用いて $y' = (x+2)'(2x-3) + (x+2)(2x-3)' = 1 \cdot (2x-3) + (x+2) \cdot 2 = 4x + 1$

(3) 教科書 p.17 の商の微分公式を用いて

$$y' = \frac{(3x+4)'(x+2) - (3x+4)(x+2)'}{(x+2)^2} = \frac{3 \cdot (x+2) - (3x+4) \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{2}{(x+2)^2}$$

(4) 教科書 p.17 の商の微分公式を用いて $y' = \dfrac{(1)'(x+4) - 1 \cdot (x+4)'}{(x+4)^2} = \dfrac{0 \cdot (x+4) - 1}{(x+4)^2} = -\dfrac{1}{(x+4)^2}$

または，商の微分公式において $\left(\dfrac{1}{g}\right)' = -\dfrac{g'}{g^2}$ となることを用いて $y' = -\dfrac{(x+4)'}{(x+4)^2} = -\dfrac{1}{(x+4)^2}$

**1.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = 2x^2$　　(2) $y = 3x^3 - 2x^2 + 5$

(3) $y = (x-2)(2x+5)$　　(4) $y = (2x+1)(x-3)$

(5) $y = \dfrac{2x-3}{x+1}$　　(6) $y = \dfrac{1}{x-4}$

**2.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \dfrac{1}{x^4}$　　(2) $y = x^{\frac{3}{2}}$

(3) $y = \sqrt[3]{x}$　　(4) $y = (2x+1)^4$

(5) $y = (5x-1)^{\frac{5}{2}}$　　(6) $y = \dfrac{1}{(4x-3)^3}$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
|  |  |  |  |  |

# 第１章 3 「導関数の性質」 第２回

**1.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = 4x^2$

(2) $y = x^3 - 3$

(3) $y = \frac{1}{2}(2x^2 - 3x)$

(4) $y = (2x - 1)(x + 3)$

(5) $y = (3x + 2)(x^2 + 1)$

(6) $y = \frac{3x}{x + 1}$

(7) $y = \frac{1}{x + 4}$

(8) $y = \frac{2x - 1}{x + 2}$

**2.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \frac{2}{x^3}$

(2) $y = 4x^{-3}$

(3) $y = x^{\frac{1}{4}}$

(4) $y = x^{\frac{1}{3}}$

(5) $y = \sqrt[3]{x^2}$

(6) $y = x^3\sqrt{x}$

(7) $y = (x + 1)^5$

(8) $y = (2x - 1)^4$

(9) $y = (4x + 3)^{\frac{3}{2}}$

(10) $y = \sqrt{(3x + 1)^3}$

(11) $y = \frac{1}{(3x - 1)^3}$

(12) $y = \frac{2}{(4x - 1)^2}$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第１章 3 「導関数の性質」 第3回

**1.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = 7x^2$

(2) $y = 2x^3 + \sqrt{5}$

(3) $\dfrac{1}{6}(3x^4 + x^2)$

(4) $y = (3x+1)(2x+5)$

(5) $y = (4x+1)(2x^2+2x-1)$

(6) $y = \dfrac{4x+3}{x+2}$

(7) $y = \dfrac{2}{x-3}$

(8) $y = \dfrac{2x^2}{x+1}$

**2.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \dfrac{5}{x^8}$

(2) $y = 3x^{-2} + 3x^{-4}$

(3) $y = 4x^{\frac{1}{6}} + 2x^{-2}$

(4) $y = \sqrt[4]{x^3}$

(5) $y = x\sqrt[3]{x^2}$

(6) $y = (x+2)\sqrt{x}$

(7) $y = \dfrac{\sqrt{x}}{x-3}$

(8) $y = (-x+2)^4$

(9) $y = (4x+1)^{\frac{5}{4}}$

(10) $y = \sqrt[4]{(2x-3)^3}$

(11) $y = \dfrac{1}{(3x+2)^2}$

(12) $y = \dfrac{3}{(-3x+4)^5}$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

## 第１章 4 「三角関数の導関数」「指数関数と対数関数の導関数」 第１回

**例題** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \sin 3x$　　(2) $y = \cos(2x+3)$

(3) $y = e^{6x}$　　(4) $y = \dfrac{1}{e^x}$

**解** (1) $(\sin x)' = \cos x$ を用いて $y' = 3 \cdot \cos 3x = 3\cos 3x$

(2) $(\cos x)' = -\sin x$ を用いて $y' = 2 \cdot \{-\sin(2x+3)\} = -2\sin(2x+3)$

(3) $(e^x)' = e^x$を用いて $y' = 6 \cdot e^{6x} = 6e^{6x}$

(4) $(e^x)' = e^x$, $\dfrac{1}{e^x} = e^{-x}$を用いて $y' = -1 \cdot e^{-x} = -\dfrac{1}{e^x}$

**1.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \sin(5x+2)$　　(2) $y = \tan 2x$

(3) $y = e^{5x}$　　(4) $y = \dfrac{3}{e^x}$

**2.** 次の値を求めよ.

(1) $\log e^6$　　(2) $\log \dfrac{1}{e^4}$

**3.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \log(3x+1)$　　(2) $y = \log(2x-3)$

(3) $y = 4^x$　　(4) $y = 7^x$

(5) $y = \log_4(2x-5)$　　(6) $y = \log_6(4x-1)$

(7) $y = \log|4x+3|$　　(8) $y = \log|3x+2|$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第１章 4 「三角関数の導関数」「指数関数と対数関数の導関数」 第２回

**1.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \sin x + \tan x$

(2) $y = \sin(2x - 1)$

(3) $y = \cos 3x$

(4) $y = \tan(4x - 1)$

(5) $y = e^{2x}$

(6) $y = e^{-3x}$

(7) $y = \sqrt{e^x}$

(8) $y = \dfrac{1}{e^{4x}}$

**2.** 次の値を求めよ.

(1) $\log e^3$

(2) $\log \dfrac{1}{e^2}$

(3) $\log \sqrt{e}$

**3.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = x^3 \log x$

(2) $y = \log(x + 1)$

(3) $y = \log(2x + 3)$

(4) $y = \log(-3x + 1)$

(5) $y = 6^x$

(6) $y = \left(\dfrac{1}{4}\right)^x$

(7) $y = \log_4 x$

(8) $y = \log_2(2x - 1)$

(9) $y = \log|x + 1|$

(10) $y = \log|3x - 2|$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

## 第１章 4 「三角関数の導関数」「指数関数と対数関数の導関数」 第３回

**1.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \cos x - \tan x$

(2) $y = x \sin x$

(3) $y = \cos(1-4x)$

(4) $y = \tan(3x+1)$

(5) $y = e^{-4x}$

(6) $y = x^2 e^{2x}$

(7) $y = \dfrac{1}{\sqrt[4]{e^x}}$

(8) $y = \dfrac{e^x}{x}$

**2.** 次の値を求めよ.

(1) $\log e^5$

(2) $\log \dfrac{1}{e^3}$

(3) $\log \dfrac{1}{\sqrt[3]{e^2}}$

**3.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = (x+1)\log x$

(2) $y = 2\log(3x+2)$

(3) $y = \log(-x+2)$

(4) $y = \log(-4x+3)$

(5) $y = 8^x$

(6) $y = \left(\dfrac{1}{5}\right)^x$

(7) $y = \log_6 x$

(8) $y = \log_3(4x+1)$

(9) $y = \log|2x-5|$

(10) $y = \log|-x+4|$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| | | | | |

# 第１章 5 「合成関数の導関数」 第１回

**1.** ( ) 内に示すように，$y$ を $u$ の関数，$u$ を $x$ で表し，$\dfrac{dy}{du}$ と $\dfrac{du}{dx}$ を求め，$y' = \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{du}\dfrac{du}{dx}$ を計算せよ．

(1) $y = (3x+1)^4 \qquad (y = u^4,\ u = 3x+1)$

(2) $y = (x^2+3x+1)^3 \qquad (y = u^3,\ u = x^2+3x+1)$

(3) $y = e^{2x} \qquad (y = e^u,\ u = 2x)$

(4) $y = e^{x^2} \qquad (y = e^u,\ u = x^2)$

(5) $y = e^{\cos x} \qquad (y = e^u,\ u = \cos x)$

(6) $y = \log|x+1| \qquad (y = \log|u|,\ u = x+1)$

(7) $y = \log(x^2+1) \qquad (y = \log u,\ u = x^2+1)$

(8) $y = \log(e^x+1) \qquad (y = \log u,\ u = e^x+1)$

(9) $y = \sqrt{x^2+1} \qquad (y = \sqrt{u},\ u = x^2+1)$

(10) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}} \qquad \left(y = \dfrac{1}{\sqrt{u}},\ u = x^2-1\right)$

(11) $y = \sin 2x \qquad (y = \sin u,\ u = 2x)$

(12) $y = \cos^3 x \qquad (y = u^3,\ u = \cos x)$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| / | | | | |

# 第１章 5 「合成関数の導関数」 第２回

**1.** 次の関数はどのような関数の合成関数と考えられるか.

(1) $y=(x^2+x+1)^5$

(2) $y=\cos(\log x)$

**2.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y=(4x+3)^4$

(2) $y=(2x^2+3)^3$

(3) $y=(x^2+x+1)^3$

(4) $y=(x^4-1)^2$

(5) $y=e^{x^2+1}$

(6) $y=e^{2\sin x}$

(7) $y=\log(x^2+4)$

(8) $y=\log(x^2+x+1)$

(9) $y=\log|\cos x|$

(10) $y=\sqrt{x^2+x+1}$

(11) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

(12) $y=\sin(x^2+2)$

(13) $y=\sin^2 x$

(14) $y=\cos^5 x$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ／ | | | | |

# 第１章 5 「合成関数の導関数」 第３回

**1.** 次の関数はどのような関数の合成関数と考えられるか.

(1) $y = \sqrt{x^2 + x + 1}$

(2) $y = e^{\sin x}$

**2.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = (6x + 7)^5$

(2) $y = (2x^2 - 1)^4$

(3) $y = (x^2 + x + 1)^6$

(4) $y = (x^3 + 1)^3$

(5) $y = e^{-x^2}$

(6) $y = e^{-\cos x}$

(7) $y = \log(x^2 + 2)$

(8) $y = \log|x^2 - x - 1|$

(9) $y = \log|\sin x|$

(10) $y = \sqrt{x^2 - x - 1}$

(11) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - 4}}$

(12) $y = \cos(x^2 - 1)$

(13) $y = \cos^2 x$

(14) $y = \sin^4 x$

| 日 付 | 学 科 | 学 年 | 番 号 | 名 前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第1章 6 「対数関数の性質を用いた微分法」 第1回

**例題** 教科書 p.4 の対数の性質で $a=e$ とした $\log x_1x_2 = \log x_1 + \log x_2$，$\log \dfrac{x_1}{x_2} = \log x_1 - \log x_2$，$\log x^p = p\log x$ を用いて，$\log(x+1)^2(2x-3)^3$ と $\log \dfrac{(2x-1)^2}{(x+1)^3}$ を対数関数の和で表せ.

**解** $\log(x+1)^2(2x-3)^3 = \log(x+1)^2 + \log(2x-3)^3 = 2\log(x+1) + 3\log(2x-3)$

$\log \dfrac{(2x-1)^2}{(x+1)^3} = \log(2x-1)^2 - \log(x+1)^3 = 2\log(2x-1) - 3\log(x+1)$

**1.** 次の対数関数を対数関数の和で表せ.

(1) $\log(x+1)(x-1)$

(2) $\log \dfrac{x}{x+3}$

(3) $\log(x+1)^2(x-1)^3$

(4) $\log \dfrac{(x-2)^3}{(2x+1)^2}$

**例題** $y = 2\log(x+1) + 3\log(2x-3)$ と $y = 2\log(2x-1) - 3\log(x+1)$ を微分せよ.

**解** $y = \log(ax+b)$ の微分は，$y = \log u, \quad u = ax+b$ とおくことで

$y' = \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{du}\dfrac{du}{dx} = \dfrac{1}{u}\cdot a = \dfrac{a}{ax+b}$

であることを用いると

$y' = 2\cdot\dfrac{1}{x+1} + 3\cdot\dfrac{2}{2x-3} = \dfrac{2(2x-3)}{(x+1)(2x-3)} + \dfrac{6(x+1)}{(x+1)(2x-3)} = \dfrac{10x}{(x+1)(2x-3)}$

$y' = 2\cdot\dfrac{2}{2x-1} - 3\cdot\dfrac{1}{x+1} = \dfrac{4(x+1)}{(2x-1)(x+1)} - \dfrac{3(2x-1)}{(2x-1)(x+1)} = \dfrac{-2x+7}{(2x-1)(x+1)}$

**2.** 次の対数関数を微分せよ.

(1) $y = \log(x+1) + \log(x+2)$

(2) $y = \log x - \log(x+2)$

(3) $y = \log(2x-1) + 2\log(x+1)$

(4) $y = 4\log(x-1) - 3\log(2x-1)$

| 日 付 | 学 科 | 学 年 | 番 号 | 名 前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第1章 6 「対数関数の性質を用いた微分法」 第2回

**1.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \log(x+1)(x-2)$

(2) $y = \log(2x+1)(3x-1)$

(3) $y = \log \dfrac{x+1}{x-2}$

(4) $y = \log \dfrac{2x+1}{3x-1}$

(5) $y = \log(x+1)^2(x-1)^2$

(6) $y = \log \dfrac{(x+1)^2}{(x-1)^3}$

(7) $y = \log x^2(x+1)$

(8) $y = \log x^2\sqrt{x+1}$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ／ | | | | |

# 第 1 章 6 「対数関数の性質を用いた微分法」 第 3 回

**1.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \log(x-2)(x+3)$

(2) $y = \log(4x-1)(3x+1)$

(3) $y = \log \dfrac{x-2}{x+3}$

(4) $y = \log \dfrac{4x-1}{3x+1}$

(5) $y = \log(x+1)^3(x-1)^4$

(6) $y = \log \dfrac{(x-1)^4}{(x+1)^3}$

(7) $y = \log x^3(x+1)^2$

(8) $y = \log x^3\sqrt{x+2}$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

# 第１章 ７ 「逆三角関数とその導関数」 第１回

**例題** 逆三角関数の定義式は

$y=\sin^{-1}x \iff \sin y = x \quad \left(-\dfrac{\pi}{2} \leqq y \leqq \dfrac{\pi}{2}\right) \qquad y=\cos^{-1}x \iff \cos y = x \quad (0 \leqq y \leqq \pi)$

$y=\tan^{-1}x \iff \tan y = x \quad \left(-\dfrac{\pi}{2} < y < \dfrac{\pi}{2}\right)$ である．次の値を求めよ．

(1) $y=\sin^{-1}\dfrac{1}{2}$　　(2) $y=\cos^{-1}\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$　　(3) $y=\tan^{-1}0$

**解** (1) $y=\sin^{-1}\dfrac{1}{2} \iff$

$\sin y = \dfrac{1}{2}$

より $y=\dfrac{\pi}{6}$

(2) $y=\cos^{-1}\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) \iff$

$\cos y = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

より $y=\dfrac{3}{4}\pi$

(3) $y=\tan^{-1}0 \iff$

$\tan y = 0$

より $y=0$

**1.** 次の値を求めよ．

(1) $y=\sin^{-1}1$　　(2) $y=\sin^{-1}\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(3) $y=\sin^{-1}\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

**2.** 次の値を求めよ．

(1) $y=\cos^{-1}\dfrac{1}{2}$　　(2) $y=\cos^{-1}\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(3) $y=\cos^{-1}(-1)$

**3.** 次の値を求めよ．

(1) $y=\tan^{-1}\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　　(2) $y=\tan^{-1}\sqrt{3}$　　(3) $y=\tan^{-1}(-1)$

**4.** 逆三角関数の微分 $\left(\sin^{-1}x\right)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$，　$\left(\cos^{-1}x\right)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$，　$\left(\tan^{-1}x\right)'=\dfrac{1}{1+x^2}$

を用いて，次の関数を微分せよ．

(1) $y=\sin^{-1}3x$　　(2) $y=\cos^{-1}2x$　　(3) $y=\tan^{-1}2x$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第１章 7 「逆三角関数とその導関数」 第２回

**1.** 次の値を求めよ.

(1) $\sin^{-1}\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\sin^{-1}(-1)$

(3) $\cos^{-1} 1$

(4) $\cos^{-1}\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(5) $\tan^{-1} 1$

(6) $\tan^{-1}\left(-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$

**2.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \sin^{-1} 2x$

(2) $y = \sin^{-1}\dfrac{x}{\sqrt{2}}$

(3) $y = \cos^{-1} 4x$

(4) $y = \cos^{-1}\dfrac{x}{2}$

(5) $y = \tan^{-1} 3x$

(6) $y = \tan^{-1}(-x)$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ／ | | | | |

# 第１章 ７ 「逆三角関数とその導関数」 第３回

**1.** 次の値を求めよ.

(1) $\sin^{-1} 0$

(2) $\sin^{-1}\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(3) $\cos^{-1}\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

(4) $\cos^{-1}\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

(5) $\tan^{-1}\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(6) $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$

**2.** 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \sin^{-1} 4x$

(2) $y = \sin^{-1} x^2$

(3) $y = \cos^{-1} \sqrt{2}x$

(4) $y = \cos^{-1} \sqrt{x}$

(5) $y = \tan^{-1} 4x$

(6) $y = \tan^{-1} \dfrac{x}{2}$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第 2 章 1 「接線と法線」 第 1 回

**例題** 点 $(1, 2)$ を通り傾き 3 の直線の方程式を求めよ.

**解** 求める直線上の点 $(x, y)$ について点 $(1, 2)$ から点 $(x, y)$ までの $x$ の増分は $x-1$, $y$ の増分は $y-2$

変化率は $\dfrac{y-2}{x-1}$ でこれは傾きに等しいから $\dfrac{y-2}{x-1}=3$ すなわち $y-2=3(x-1)$

よって求める直線の方程式は $y=3(x-1)+2$ すなわち $y=3x-1$

**1.** 点 $\mathrm{A}(3, 1)$ について次の直線の方程式を求めよ.

(1) 点 A を通り傾き 2 の直線　　(2) 点 A を通り (1) の直線と垂直な直線

**2.** 次の曲線の ( ) 内の $x$ の値に対応する点における接線の傾きを求めよ.

(1) $y=x^2+x$　　$(x=-1)$　　(2) $y=\dfrac{2}{x}$　　$(x=2)$

(3) $y=4\sqrt{x}$　　$(x=4)$　　(4) $y=2\log x$　　$(x=1)$

**3.** 次の曲線の ( ) 内の点または ( ) 内の $x$ の値に対応する点における接線の方程式を求めよ.

(1) $y=-x^2+x$　　(点 $(2, -2)$)　　(2) $y=x^3+x$　　$(x=-1)$

**4.** 次の曲線の ( ) 内の $x$ の値に対応する点における法線の傾きを求めよ.

(1) $y=x^2+2x$　　$(x=1)$　　(2) $y=x^3+2x^2$　　$(x=-1)$

**5.** 次の曲線の ( ) 内の $x$ の値に対応する点における法線の方程式を求めよ.

(1) $y=2x^2+x$　　$(x=-1)$　　(2) $y=-x^4+x^2$　　$(x=1)$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

# 第２章 1 「接線と法線」 第２回

**1.** 点 $\mathrm{A}(-1,2)$ について次の直線の方程式を求めよ.

(1) 点 A を通り傾き $-3$ の直線

(2) 点 A を通り (1) の直線と垂直な直線

**2.** 次の曲線の (　) 内の $x$ の値に対応する点における接線の傾きを求めよ.

(1) $y=2x^2-x$　　$(x=1)$

(2) $y=-\dfrac{1}{x}$　　$(x=-1)$

(3) $y=2\sqrt{x^3}$　　$(x=9)$

(4) $y=3\sin x$　　$(x=0)$

**3.** 次の曲線の (　) 内の点または (　) 内の $x$ の値に対応する点における接線の方程式を求めよ.

(1) $y=x^2+2x$　　(点 $(-2,0)$)

(2) $y=-\dfrac{1}{x^2}$　　(点 $(1,-1)$)

(3) $y=-x^3+2x$　　$(x=-1)$

(4) $y=3e^x$　　$(x=0)$

**4.** 次の曲線の (　) 内の $x$ の値に対応する点における法線の傾きを求めよ.

(1) $y=2x^2+3x$　　$(x=-1)$

(2) $y=x^4+x$　　$(x=1)$

(3) $y=-\sqrt{x}$　　$(x=4)$

(4) $y=\log x$　　$(x=3)$

**5.** 次の曲線の (　) 内の $x$ の値に対応する点における法線の方程式を求めよ.

(1) $y=-x^2-2x$　　$(x=-2)$

(2) $y=x^3+x^2$　　$(x=-1)$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第2章 1 「接線と法線」 第3回

**1.** 次の曲線の (　) 内の $x$ の値に対応する点における接線の傾きを求めよ.

(1) $y = x^3 - x$ 　$(x = 2)$

(2) $y = \dfrac{2}{x^2}$ 　$(x = -1)$

(3) $y = 3\sqrt[3]{x^4}$ 　$(x = 1)$

(4) $y = -e^x$ 　$(x = 0)$

**2.** 次の曲線の (　) 内の点または (　) 内の $x$ の値に対応する点における接線の方程式を求めよ.

(1) $y = -x^2 + 2x$ 　(点 $(-1, -3)$)

(2) $y = 6\sqrt{x}$ 　(点 $(4, 12)$)

(3) $y = x^3 - 2x$ 　$(x = 1)$

(4) $y = -\cos x$ 　$\left(x = \dfrac{\pi}{2}\right)$

**3.** 次の曲線の (　) 内の $x$ の値に対応する点における法線の傾きを求めよ.

(1) $y = -3x^2 + 3$ 　$(x = 1)$

(2) $y = x^4 - x^3$ 　$(x = -1)$

(3) $y = -\dfrac{2}{x^2}$ 　$(x = 2)$

(4) $y = 3\log x$ 　$(x = -3)$

**4.** 次の曲線の (　) 内の $x$ の値に対応する点における法線の方程式を求めよ.

(1) $y = \dfrac{1}{2}x^2 + x$ 　$(x = 2)$

(2) $y = -x^3 + 2x^2$ 　$(x = 1)$

(3) $y = \sqrt{x}$ 　$(x = 4)$

(4) $y = \dfrac{1}{2}\sin x$ 　$(x = 0)$

| 日付 | 学科 | 学年 | 番号 | 名前 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ／ | | | | |

# 第2章 2 「関数の増減」「極大と極小」 第1回

**1.** 次の関数について, 与えられた区間 $I$ における増加・減少を調べよ.

(1) $f(x) = -x^3 - 2x \quad I = (-\infty, \infty)$

(2) $f(x) = x + \cos x \quad I = \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$

**2.** 次の関数の増加・減少を調べよ.

(1) $y = x^2 - 2x + 2$

(2) $y = x^3 - 3x^2 + 1$

**3.** 次の関数の極値を求め, グラフの概形をかけ.

(1) $y = x^2 - 4x + 3$

(2) $y = x^3 + 3x^2 - 9x$

(3) $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$

(4) $y = x^4 - 4x^3 + 2$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第2章 2 「関数の増減」「極大と極小」 第2回

**1.** 次の関数について, 与えられた区間 $I$ における増加・減少を調べよ.

(1) $f(x) = x^5 + 3x \qquad I = (-\infty, \infty)$

(2) $f(x) = \log x - x \qquad I = (1, \infty)$

**2.** 次の関数の増加・減少を調べよ.

(1) $y = -x^2 + 4x - 3$

(2) $y = x^3 - 6x^2 + 5$

(3) $y = -x^3 + 3x - 2$

**3.** 次の関数の極値を求め, グラフの概形をかけ.

(1) $y = 2x^2 + 8x + 7$

(2) $y = -x^3 + 12x - 1$

(3) $y = x^3 - 3x^2 + 1$

(4) $y = \dfrac{3}{2}x^4 + 2x^3 - 1$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第2章 2 「関数の増減」「極大と極小」 第3回

**1.** 次の関数について, 与えられた区間 $I$ における増加・減少を調べよ.

(1) $f(x) = -2x^5 - x \quad I = (-\infty, \infty)$

(2) $f(x) = 2e^x - 2x \quad I = (0, \infty)$

**2.** 次の関数の増加・減少を調べよ.

(1) $y = 2x^2 + 4x - 5$

(2) $y = 2x^3 - 6x + 7$

(3) $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

**3.** 次の関数の極値を求め, グラフの概形をかけ.

(1) $y = -3x^2 + 6x$

(2) $y = \dfrac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$

(3) $y = -2x^3 + 9x^2 - 10$

(4) $y = -x^4 + 2x^2 + 2$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
|  |  |  |  |  |

# 第 2 章 3 「関数の最大・最小」「不定形の極限」 第 1 回

**1.** 次の関数の (　) の区間における最大・最小を求めよ.

(1) $y = x^2 + 4x \quad (-3 \leqq x \leqq 0)$

(2) $y = -x^2 + 6x \quad (2 \leqq x \leqq 5)$

(3) $y = -x^3 + x^2 + 2 \quad (-1 \leqq x \leqq 2)$

(4) $y = 2x^3 - 6x + 3 \quad (-2 \leqq x \leqq 2)$

(5) $y = x^4 - 2x^2 + 3 \quad (-2 \leqq x \leqq 0)$

(6) $y = xe^x + 1 \quad (-2 \leqq x \leqq 1)$

**2.** 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x^2 - x}{x^2 + 3x}$

(2) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{3x^3 - 5x + 1}{-2x^3 + 3x^2}$

**3.** ロピタルの定理を用いて次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x \to -1} \frac{4x^2 + x - 3}{6x^2 + 11x + 5}$

(2) $\displaystyle\lim_{x \to 2} \frac{x^4 - 3x^2 - 4}{x^3 - 7x + 6}$

(3) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x^2 - x}$

(4) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{2x - 1}{e^x + x}$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第 2 章 3 「関数の最大・最小」「不定形の極限」 第 2 回

**1.** 次の関数の ( ) の区間における最大・最小を求めよ.

(1) $y = -2x^2 - 4x + 1 \qquad (0 \leqq x \leqq 2)$

(2) $y = x^2 - 8x + 3 \qquad (1 \leqq x \leqq 5)$

(3) $y = x^3 + 3x^2 - 3 \qquad (-3 \leqq x \leqq 0)$

(4) $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + 4x \qquad (1 \leqq x \leqq 3)$

(5) $y = -3x^4 - 4x^3 + 1 \qquad (-2 \leqq x \leqq 1)$

(6) $y = 2\log x - x \qquad (1 \leqq x \leqq 2)$

**2.** 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 2x - 3}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to \infty} \frac{2x^4 - x^2 + 3x}{1 - 2x^2 - 3x^3 - x^4}$

**3.** ロピタルの定理を用いて次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{5x^2 - 12x + 4}{7x^2 - 12x - 4}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to -2} \frac{x^4 + 7x - 2}{x^4 + x^3 - 8}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1 - \cos x}{x^3 + 2x}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to \infty} \frac{3x + 2}{x + \log x}$

| 日 付 | 学 科 | 学 年 | 番 号 | 名 前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第２章 3 「関数の最大・最小」「不定形の極限」 第３回

**1.** 次の関数の ( ) の区間における最大・最小を求めよ.

(1) $y = x^2 - 4x - 1$ $(1 \leqq x \leqq 3)$

(2) $y = -x^2 - x + 2$ $(-2 \leqq x \leqq -1)$

(3) $y = -2x^3 + 3x^2 - 1$ $(-1 \leqq x \leqq 2)$

(4) $y = x^3 - 27x$ $(1 \leqq x \leqq 3)$

(5) $y = \dfrac{1}{2}x^4 - 4x^2 + 1$ $(-1 \leqq x \leqq 3)$

(6) $y = e^x - x$ $(0 \leqq x \leqq 1)$

**2.** 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x \to -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - x - 6}$

(2) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{-2x^3 - x^2 + 6x + 3}{12x^3 - 3x^2 + 8x - 2}$

**3.** ロピタルの定理を用いて次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x \to 3} \frac{6x^2 - 16x - 6}{7x^2 - 27x + 18}$

(2) $\displaystyle\lim_{x \to -1} \frac{x^5 + 3x^2 - 2}{x^4 - 4x^2 + 3}$

(3) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{3\sin x - x}{e^x - 1}$

(4) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{\log x + 2x}{2e^x + 3x}$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ／ | | | | |

# 第３章 １ 「不定積分」 第１回

**1.** 教科書 p.83 不定積分の公式 (1) を用いて，次の不定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int 2dx$　(2) $\displaystyle\int 3dx$　(3) $\displaystyle\int 1dx$

(4) $\displaystyle\int (-1)dx$　(5) $\displaystyle\int 0dx$　(6) $\displaystyle\int xdx$

(7) $\displaystyle\int x^2dx$　(8) $\displaystyle\int x^3dx$　(9) $\displaystyle\int \frac{1}{x}dx$

(10) $\displaystyle\int e^xdx$　(11) $\displaystyle\int \sin xdx$　(12) $\displaystyle\int \cos xdx$

**2.** 次の不定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int \frac{1}{x^4}dx$　(2) $\displaystyle\int \sqrt{x^3}dx$

(3) $\displaystyle\int \sqrt[3]{x}dx$　(4) $\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{x}}dx$

**3.** 教科書 p.84 不定積分の性質を用いて，次の不定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int (2x+3)dx$　(2) $\displaystyle\int (x^2-2x+3)dx$

(3) $\displaystyle\int (2\sin x+e^x)dx$　(4) $\displaystyle\int \left(\cos x+\frac{1}{x}\right)dx$

**4.** 次の不定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int (2x-5)^3dx$　(2) $\displaystyle\int \sin 2xdx$

(3) $\displaystyle\int e^{2x}dx$　(4) $\displaystyle\int \frac{1}{x+2}dx$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第3章 1 「不定積分」 第2回

**1.** 次の不定積分を求めよ.

(1) $\displaystyle\int x^7 dx$

(2) $\displaystyle\int \frac{1}{x^6} dx$

(3) $\displaystyle\int \sqrt[4]{x} dx$

(4) $\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt[3]{x}} dx$

**2.** 次の不定積分を求めよ.

(1) $\displaystyle\int (4x+5) dx$

(2) $\displaystyle\int (3x^2-4x+5) dx$

(3) $\displaystyle\int (-2\cos x+3e^x) dx$

(4) $\displaystyle\int \left(\sin x-\frac{3}{x}\right) dx$

(5) $\displaystyle\int \left(x^2-\frac{1}{x}\right)^2 dx$

**3.** 次の不定積分を求めよ.

(1) $\displaystyle\int (3x-2)^4 dx$

(2) $\displaystyle\int \cos 3x dx$

(3) $\displaystyle\int e^{-x} dx$

(4) $\displaystyle\int \sqrt{x+2} dx$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ／ | | | | |

# 第３章 1 「不定積分」 第３回

**1.** 次の不定積分を求めよ.

(1) $\displaystyle\int x^4 dx$

(2) $\displaystyle\int \frac{1}{x^7} dx$

(3) $\displaystyle\int x\sqrt{x^3} dx$

(4) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$

**2.** 次の不定積分を求めよ.

(1) $\displaystyle\int (-3x^2 + 2x + 6) dx$

(2) $\displaystyle\int (x^3 + 6x^2 + 8x - 2) dx$

(3) $\displaystyle\int (2\cos x + 3\sin x) dx$

(4) $\displaystyle\int \left(2e^x + \frac{3}{x}\right) dx$

(5) $\displaystyle\int \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2 dx$

**3.** 次の不定積分を求めよ.

(1) $\displaystyle\int (2x-3)^5 dx$

(2) $\displaystyle\int \sin 4x dx$

(3) $\displaystyle\int e^{-2x} dx$

(4) $\displaystyle\int \sqrt{2x-1} dx$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| / | | | | |

# 第３章 2 「定積分の計算」 第１回

**1.** 次の定積分の値を求めよ.

(1) $\displaystyle\int_0^1 (x+2)dx$

(2) $\displaystyle\int_0^2 (x^2-1)dx$

(3) $\displaystyle\int_0^1 (3x^2-2x+1)dx$

(4) $\displaystyle\int_{-1}^2 (4x^3-6x^2)dx$

(5) $\displaystyle\int_1^9 \sqrt{x}dx$

(6) $\displaystyle\int_0^1 e^x dx$

(7) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$

(8) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 2x dx$

**2.** 次の定積分の値を求めよ.

(1) $\displaystyle\int_{-1}^1 (x^4+x^3)dx$

(2) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x+\sin x)dx$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

## 第3章 2 「定積分の計算」 第2回

**1.** 次の定積分の値を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_{-2}^{1}(-2x+3)dx$

(2) $\displaystyle\int_{-1}^{2}(9x^2-4x)dx$

(3) $\displaystyle\int_{0}^{1}(2x^2+3x-2)dx$

(4) $\displaystyle\int_{0}^{2}(x^3-x^2+x)dx$

(5) $\displaystyle\int_{1}^{3}\frac{1}{x^2}dx$

(6) $\displaystyle\int_{-1}^{1}e^{-2x}dx$

(7) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx$

(8) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}}\cos 3x dx$

**2.** 次の定積分の値を求めよ．なお，(2) において，$\cos 2x$ は偶関数，$\sin 3x$ は奇関数であることを用いてよい．

(1) $\displaystyle\int_{-1}^{1}(5x^4-4x^3+6x^2-5x+1)dx$

(2) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}(\cos 2x-2\sin 3x)dx$

| 日付 | 学科 | 学年 | 番号 | 名前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第3章 2 「定積分の計算」 第3回

**1.** 次の定積分の値を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_{-1}^{3}(4x+5)dx$

(2) $\displaystyle\int_{-1}^{2}(-3x^2+4)dx$

(3) $\displaystyle\int_{0}^{1}(-x^2+4x-3)dx$

(4) $\displaystyle\int_{-1}^{2}(4x^3-6x^2+2x+5)dx$

(5) $\displaystyle\int_{1}^{4}\frac{1}{\sqrt{x}}dx$

(6) $\displaystyle\int_{-1}^{1}e^{2x+3}dx$

(7) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx$

(8) $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}(4\sin 2x+3\cos 3x)dx$

**2.** 次の定積分の値を求めよ．なお，(2) において，$\sin 2x$ は奇関数，$\cos 3x$ は偶関数であることを用いてよい．

(1) $\displaystyle\int_{-2}^{2}(2x^3+3x^2+2x+5)dx$

(2) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}(5\sin 2x+6\cos 3x)dx$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

# 第 3 章 3 「置換積分法」 第 1 回

**1.** ( ) 内の置換によって，次の不定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int \sin^4 x \cos x dx \qquad (\sin x = t)$

(2) $\displaystyle\int (2x+1)^5 dx \qquad (2x+1 = t)$

(3) $\displaystyle\int x(x^2+2)^3 dx \qquad (x^2+2 = t)$

(4) $\displaystyle\int xe^{x^2} dx \qquad (x^2 = t)$

(5) $\displaystyle\int \frac{e^x}{e^x-1} dx \qquad (e^x - 1 = t)$

(6) $\displaystyle\int \frac{2x}{x^2+1} dx \qquad (x^2+1 = t)$

**2.** ( ) 内の置換によって，次の定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_0^1 (2x+1)^3 dx \qquad (2x+1 = t)$

(2) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sin x dx \qquad (\cos x = t)$

(3) $\displaystyle\int_1^e \frac{(\log x)^2}{x} dx \qquad (\log x = t)$

(4) $\displaystyle\int_0^1 \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx \qquad (x^2+x+1 = t)$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

# 第3章 3 「置換積分法」 第2回

**1.** 次の不定積分を求めよ.

(1) $\displaystyle\int \cos^6 x \sin x dx$

(2) $\displaystyle\int (3x-2)^7 dx$

(3) $\displaystyle\int 2x\sqrt{x^2-1}dx$

(4) $\displaystyle\int xe^{-2x^2} dx$

(5) $\displaystyle\int \frac{\sin x}{2-\cos x} dx$

(6) $\displaystyle\int \frac{3x^2+2x+1}{x^3+x^2+x+1} dx$

**2.** 次の定積分の値を求めよ.

(1) $\displaystyle\int_0^1 (2x-1)^6 dx$

(2) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^3 x \cos x dx$

(3) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}} dx$

(4) $\displaystyle\int_1^2 \frac{4x-3}{2x^2-3x+4} dx$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| ／ | | | | |

# 第3章 3 「置換積分法」 第3回

**1.** 次の不定積分を求めよ.

(1) $\displaystyle\int \cos^8 x \sin x dx$

(2) $\displaystyle\int (4x+3)^5 dx$

(3) $\displaystyle\int \frac{4x^3}{x^4+1} dx$

(4) $\displaystyle\int x^2 e^{-x^3} dx$

(5) $\displaystyle\int \frac{e^x+\cos x}{e^x+\sin x} dx$

(6) $\displaystyle\int \frac{8x+8}{4x^2+8x+5} dx$

**2.** 次の定積分の値を求めよ.

(1) $\displaystyle\int_0^1 (3x-1)^3 dx$

(2) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^4 x \cos x dx$

(3) $\displaystyle\int_0^1 x^3(x^4+1)^3 dx$

(4) $\displaystyle\int_1^2 \frac{2x-1}{x^2-x+2} dx$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ／ | | | | |

# 第3章 4 「部分積分法」 第1回

**1.** 教科書 p104 の不定積分の部分積分法 (1)

$$\int g(x)dx = G(x) \qquad \text{とおくと} \qquad \int f(x)g(x)dx = f(x)G(x) - \int f'(x)G(x)dx$$

を用いて，次の不定積分を求めよ．

(1) $\int xe^x dx$

(2) $\int x\cos x dx$

(3) $\int x\sin x dx$

(4) $\int xe^{2x} dx$

(5) $\int xe^{-x} dx$

(6) $\int (x+1)\cos x dx$

(7) $\int x\cos 2x dx$

(8) $\int x\sin 2x dx$

**2.** 教科書 p104 の不定積分の部分積分法 (2)

$$\int f(x)dx = F(x) \qquad \text{とおくと} \qquad \int f(x)g(x)dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x)dx$$

を用いて，次の不定積分を求めよ．

(1) $\int x\log x dx$

(2) $\int \log x dx$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

# 第 3 章 4 「部分積分法」 第 2 回

**1.** 教科書 p106 の定積分の部分積分法 (3)

$$\int g(x)dx = G(x) \qquad \text{とおくと} \qquad \int_a^b f(x)g(x)dx = \Big[f(x)G(x)\Big]_a^b - \int_a^b f'(x)G(x)dx$$

を用いて，次の定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_{-1}^{1} xe^x dx$

(2) $\displaystyle\int_0^{\pi} x\cos x dx$

(3) $\displaystyle\int_{-1}^{2} xe^x dx$

(4) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x\sin x dx$

**2.** 教科書 p106 の定積分の部分積分法 (4)

$$\int f(x)dx = F(x) \qquad \text{とおくと} \qquad \int_a^b f(x)g(x)dx = \Big[F(x)g(x)\Big]_a^b - \int_a^b F(x)g'(x)dx$$

を用いて，次の定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_1^{e^2} 2x\log x dx$

(2) $\displaystyle\int_e^{e^2} \log x dx$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ／ | | | | |

# 第 3 章 4 「部分積分法」 第 3 回

**1.** 教科書 p106 の定積分の部分積分法 (3)

$$\int g(x)dx = G(x) \qquad \text{とおくと} \qquad \int_a^b f(x)g(x)dx = \Big[f(x)G(x)\Big]_a^b - \int_a^b f'(x)G(x)dx$$

を用いて，次の定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_0^2 xe^x dx$

(2) $\displaystyle\int_0^\pi x\sin x dx$

(3) $\displaystyle\int_0^1 xe^{2x} dx$

(4) $\displaystyle\int_0^\pi x\cos\frac{x}{2} dx$

**2.** 教科書 p106 の定積分の部分積分法 (4)

$$\int f(x)dx = F(x) \qquad \text{とおくと} \qquad \int_a^b f(x)g(x)dx = \Big[F(x)g(x)\Big]_a^b - \int_a^b F(x)g'(x)dx$$

を用いて，次の定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_1^e 3x^2\log x dx$

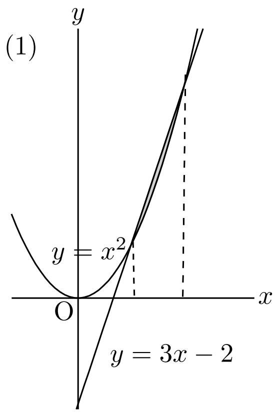
(2) $\displaystyle\int_1^e 4x^3\log x dx$

| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

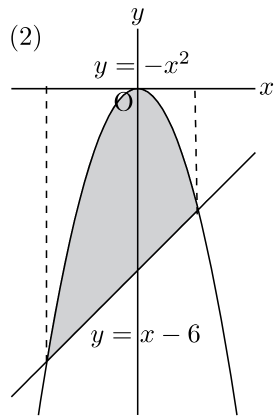
# 第４章 １ 「図形の面積」 第１回

**1.** 次の図形の面積を求めよ.

(1) 曲線 $y=x^2$ と直線 $y=3x-2$ で囲まれた図形

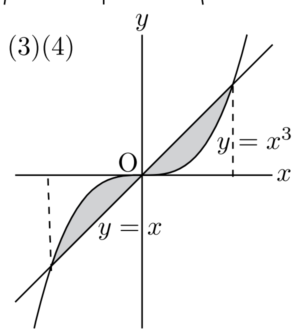



(2) 曲線 $y=-x^2$ と直線 $y=x-6$ で囲まれた図形



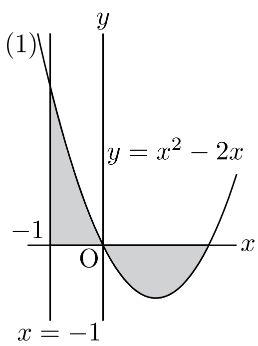

(3) 曲線 $y=x^3$ と直線 $y=x$ で囲まれた図形のうち $y$ 軸の右側の部分

(4) 曲線 $y=x^3$ と直線 $y=x$ で囲まれた図形のうち $y$ 軸の左側の部分

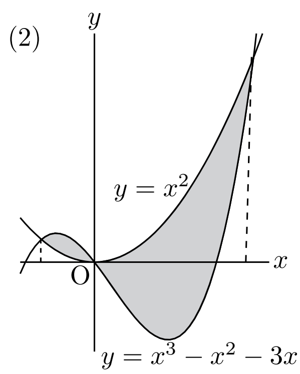



**2.** 次の図形の面積を求めよ.

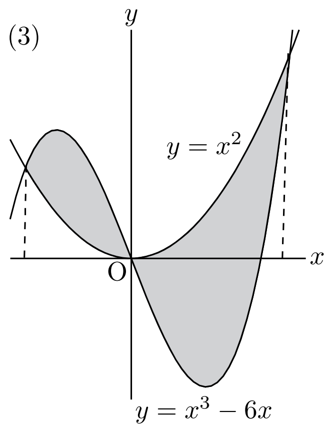
(1) 曲線 $y=x^2-2x$ と $x$ 軸および直線 $x=-1$ で囲まれた図形




(2) 2 曲線 $y=x^3-x^2-3x, y=x^2$ で囲まれた図形




(3) 2 曲線 $y=x^3-6x, y=x^2$ で囲まれた図形

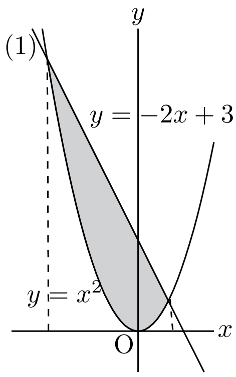


| 日 付 | 学 科 | 学 年 | 番 号 | 名 前 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

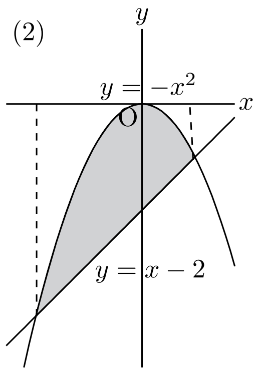
# 第４章 １ 「図形の面積」 第２回

**1.** 次の図形の面積を求めよ.

(1) 曲線 $y = x^2$ と直線 $y = -2x + 3$ で囲まれた図形

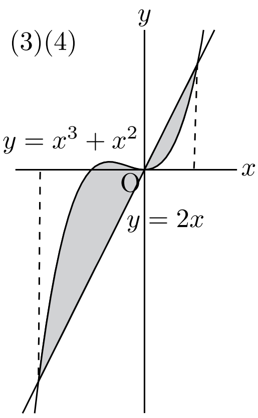



(2) 曲線 $y = -x^2$ と直線 $y = x - 2$ で囲まれた図形



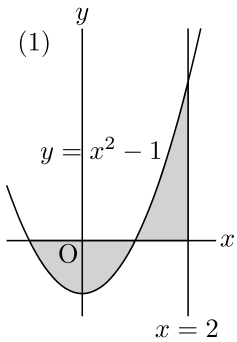

(3) 曲線 $y = x^3 + x^2$ と直線 $y = 2x$ で囲まれた図形のうち $y$ 軸の右側の部分

(4) 曲線 $y = x^3 + x^2$ と直線 $y = 2x$ で囲まれた図形のうち $y$ 軸の左側の部分

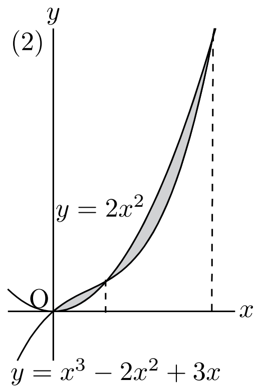



**2.** 次の図形の面積を求めよ.

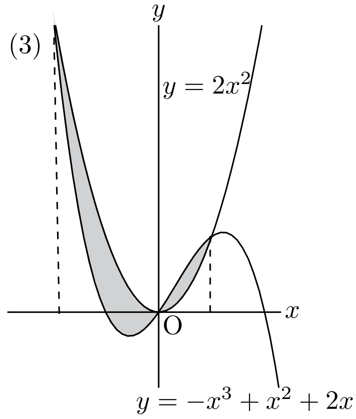
(1) 曲線 $y = x^2 - 1$ と $x$ 軸および直線 $x = 2$ で囲まれた図形




(2) 2 曲線 $y = x^3 - 2x^2 + 3x, y = 2x^2$ で囲まれた図形




(3) 2 曲線 $y = -x^3 + x^2 + 2x, y = 2x^2$ で囲まれた図形

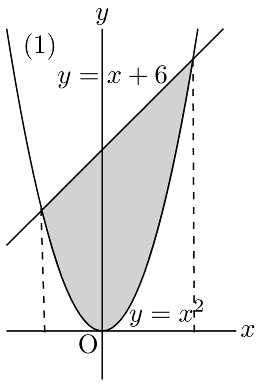


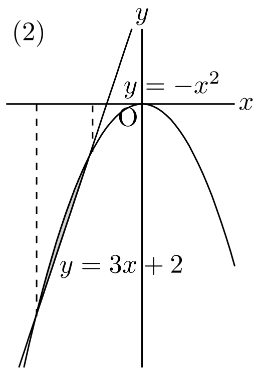
| 日　付 | 学　科 | 学　年 | 番　　号 | 名　　前 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

# 第 4 章 1 「図形の面積」　第 3 回

**1.** 次の図形の面積を求めよ.

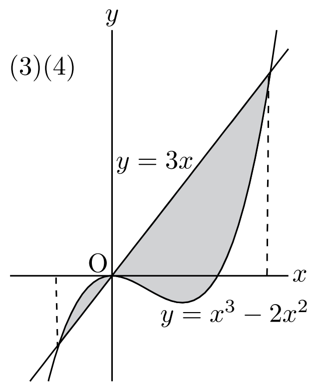
(1) 曲線 $y = x^2$ と直線 $y = x + 6$ で囲まれた図形




(2) 曲線 $y = -x^2$ と直線 $y = 3x + 2$ で囲まれた図形

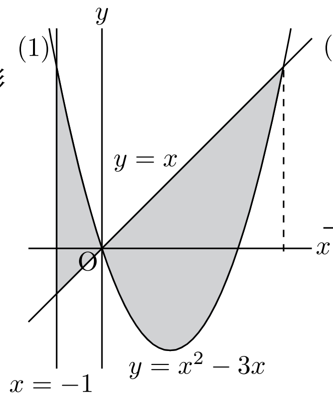
(3) 曲線 $y = x^3 - 2x^2$ と直線 $y = 3x$ で囲まれた図形のうち $y$ 軸の右側の部分

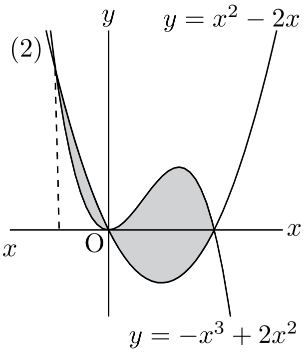



(4) 曲線 $y = x^3 - 2x^2$ と直線 $y = 3x$ で囲まれた図形のうち $y$ 軸の左側の部分

**2.** 次の図形の面積を求めよ.

(1) 曲線 $y = x^2 - 3x$ と直線 $y = x$ および $x = -1$ で囲まれた図形




(2) 2 曲線 $y = -x^3 + 2x^2, y = x^2 - 2x$ で囲まれた図形

(3) 2 曲線 $y = x^4 - x^2, y = 3x^2$ で囲まれた図形