日 付	学 科	学 年	番 号	名 前
／				

第 4 章 2 「合成変換と逆変換」 第 1 回

例題 線形変換 $f,\ g$ を表す行列をそれぞれ $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&0\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}3&2\\-1&3\end{pmatrix}$ とする．合成変換 $f\circ g$ を表す行列と，この変換による点 $(1,\ 1)$ の像をそれぞれ求めよ．

解 合成変換 $f\circ g$ を表す行列は AB により与えられる．$AB=\begin{pmatrix}1&2\\3&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&2\\-1&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&8\\9&6\end{pmatrix}$ より，$\begin{pmatrix}1&8\\9&6\end{pmatrix}$ が合成変換 $f\circ g$ を表す行列である．この変換による，点 $(1,\ 1)$ の像は $\begin{pmatrix}1&8\\9&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\15\end{pmatrix}$ より，点 $(9,\ 15)$ となることがわかる．

1. 線形変換 $f,\ g$ を表す行列をそれぞれ $A=\begin{pmatrix}3&4\\1&-1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}3&1\\2&2\end{pmatrix}$ とする．次の線形変換を表す行列と，その線形変換による点 $(2,\ 1)$ の像をそれぞれ求めよ．

(1) 合成変換 $f\circ g$　　(2) 合成変換 $g\circ f$

例題 線形変換 f を表す行列を $A=\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix}$ とする．この変換の逆変換 f^{-1} を表す行列を求めよ．

解 線形変換 f の逆変換を表す行列は A^{-1} により与えられる．

$$A^{-1}=\frac{1}{1\times1-2\times2}\begin{pmatrix}1&-2\\-2&1\end{pmatrix}=-\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1&-2\\-2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{3}&\frac{2}{3}\\\frac{2}{3}&-\frac{1}{3}\end{pmatrix}$$

2. 行列 $\begin{pmatrix}1&1\\1&3\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}3&-1\\2&0\end{pmatrix}$ で表される線形変換をそれぞれ f, g とするとき，次の線形変換を表す行列を求めよ．

(1) f の逆変換 f^{-1}　　(2) g の逆変換 g^{-1}　　(3) $f\circ g$ の逆変換 $(f\circ g)^{-1}$

3. 線形変換 f を表す行列を $\begin{pmatrix}0&1\\3&2\end{pmatrix}$ とする．このとき，点 $\mathrm{P}'(2,\ -1)$ に移されるもとの点 P の座標を求めよ．

4. 行列 $\begin{pmatrix}1&0\\0&3\end{pmatrix}$ で表される線形変換 f によって，直線 $3x+y=6$ に移されるもとの図形を求めよ．