

第2章 2 「逆行列」 第3回

解答

1. (1) 正則, $\frac{1}{13} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

(3) 正則でない

(2) 正則, $\frac{1}{11} \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$

(4) 正則, $\frac{1}{15} \begin{pmatrix} 9 & -4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

2. (1) $\frac{1}{13} \begin{pmatrix} 18 & 7 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$

(2) $\frac{1}{13} \begin{pmatrix} 16 & 7 \\ 1 & 11 \end{pmatrix}$

3. (1) $-\frac{1}{21} \begin{pmatrix} -5 & 27 \\ 2 & -15 \end{pmatrix}$

(2) $-\frac{1}{21} \begin{pmatrix} -26 & 33 \\ 23 & -30 \end{pmatrix}$

4. (1) $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

(2) $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$

(3) $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ -8 & 14 \end{pmatrix}$

(4) $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 7 & -26 \\ -3 & 12 \end{pmatrix}$

解説

1. (1) $2 \times 5 - 3 \times (-1) = 13 \neq 0$ より正則

逆行列は $\frac{1}{13} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

(3) $6 \times (-2) - (-3) \times 4 = 0$ より正則でない

(2) $2 \times 8 - 1 \times 5 = 11 \neq 0$ より正則

逆行列は $\frac{1}{11} \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$

(4) $3 \times 9 - 4 \times 3 = 15 \neq 0$ より正則

逆行列は $\frac{1}{15} \begin{pmatrix} 9 & -4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

2. (1) $AX = B$ の両辺に左から A^{-1} を掛けると

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{13} \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{13} \begin{pmatrix} 18 & 7 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$$

(2) $YA = B$ の両辺に右から A^{-1} を掛けると

$$Y = BA^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \frac{1}{13} \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{13} \begin{pmatrix} 16 & 7 \\ 1 & 11 \end{pmatrix}$$

3. (1) $AXB = C$ の両辺に左から A^{-1} , 右から B^{-1} を掛けると

$$\begin{aligned} X &= A^{-1}CB^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \left(-\frac{1}{7}\right) \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \\ &= -\frac{1}{21} \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = -\frac{1}{21} \begin{pmatrix} -5 & 27 \\ 2 & -15 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

(2) $BYA = C$ の両辺に右から A^{-1} , 左から B^{-1} を掛けると

$$\begin{aligned} Y &= B^{-1}CA^{-1} = \left(-\frac{1}{7}\right) \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ &= -\frac{1}{21} \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{21} \begin{pmatrix} -26 & 33 \\ 23 & -30 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

4. (1) $2 \times 3 - 4 \times 1 = 2$ よって $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

(2) $5 \times 1 - 2 \times 1 = 3$ よって $B^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$

(3) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ -8 & 14 \end{pmatrix}$

(4) $(BA)^{-1} = A^{-1}B^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 7 & -26 \\ -3 & 12 \end{pmatrix}$