

解答

1. Q(-2, 5, 0), R(0, 5, 4), S(-2, 0, 4)
2. (1) $\sqrt{11}$ (2) $\sqrt{41}$
3. (1) (5, 1, 3) 大きさ $\sqrt{35}$ (2) (5, -7, 14) 大きさ $3\sqrt{30}$
4. (1) (-5, 8, 0) (2) (-1, 2, 4)
5. (1) 3 (2) -1
6. (1) $90^\circ (= \frac{\pi}{2})$ (2) $60^\circ (= \frac{\pi}{3})$

解説

1. xy 平面は $z = 0$ だから、Q の座標は (-2, 5, 0) である。他も同様である。
2. 2点 P(x_1, y_1, z_1), Q(x_2, y_2, z_2) の間の距離は $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ である。
- (1) $\sqrt{(5 - 2)^2 + (0 - 1)^2 + (4 - 3)^2} = \sqrt{9 + 1 + 1} = \sqrt{11}$
 (2) $\sqrt{\{-1 - (-3)\}^2 + (1 - 2)^2 + (-2 - 4)^2} = \sqrt{4 + 1 + 36} = \sqrt{41}$
3. $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ の大きさは $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ である。
- (1) $\vec{a} + \vec{b} = (3, -1, 4) + (2, 2, -1) = (5, 1, 3)$
 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{5^2 + 1^2 + 3^2} = \sqrt{35}$
 (2) $3\vec{a} - 2\vec{b} = 3(3, -1, 4) - 2(2, 2, -1) = (9, -3, 12) - (4, 4, -2) = (5, -7, 14)$
 $|3\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{5^2 + (-7)^2 + 14^2} = \sqrt{270} = 3\sqrt{30}$
4. 2点 A, B に対し、線分 AB を $m : n$ の比に内分する点 P の位置ベクトルは $\vec{OP} = \frac{n\vec{OA} + m\vec{OB}}{m + n}$ である。
- (1) $\vec{OP} = \frac{\vec{OA} + 4\vec{OB}}{4 + 1} = \frac{(3, -4, 8) + 4(-7, 11, -2)}{5} = \frac{(-25, 40, 0)}{5} = (-5, 8, 0)$
 よって、点 P の座標は (-5, 8, 0)
 (2) $\vec{OP} = \frac{3\vec{OA} + 2\vec{OB}}{2 + 3} = \frac{3(3, -4, 8) + 2(-7, 11, -2)}{5} = \frac{(-5, 10, 20)}{5} = (-1, 2, 4)$
 よって、点 P の座標は (-1, 2, 4)
5. $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ のとき、 \vec{a} と \vec{b} の内積は $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ である。
- (1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times 3 + 2 \times (-2) + 4 \times 1 = 3 - 4 + 4 = 3$
 (2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times (-4) + (-3) \times (-3) + 1 \times (-2) = -8 + 9 - 2 = -1$
6. $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$, $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ より、 \vec{a} と \vec{b} のなす角 θ を求める。
- (1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ だから $\theta = 90^\circ (= \frac{\pi}{2})$
 (2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 7, |\vec{a}| = \sqrt{14}, |\vec{b}| = \sqrt{14}$ より $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{7}{\sqrt{14} \times \sqrt{14}} = \frac{1}{2}$
 よって $\theta = 60^\circ (= \frac{\pi}{3})$