第１章 1 「関数の極限」 第３回

解答

1. (1) 81　(2) 0　(3) 0

2. (1) 9　(2) 4　(3) -1　(4) 0

3. (1) 1　(2) 2　(3) 3　(4) $-\frac{1}{4}$

4. (1) $\frac{3}{2}$　(2) 2　(3) 0

(4) 2　(5) 0　(6) $\frac{1}{2}$

解説

1. (1) $\lim_{x\to 3} x^4 = 3^4 = 81$

(2) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \cos x = \cos\frac{\pi}{2} = 0$

(3) $\lim_{x\to 1} \log_3 x = \log_3 1 = 0$

2. (1) $\lim_{x\to 2}(x^2+x+3) = 2^2+2+3 = 9$

(2) $\lim_{x\to 1}(x+1)\sqrt{x+3} = (1+1)\sqrt{1+3} = 4$

(3) $\lim_{x\to 1}\frac{x-3}{x+1} = \frac{1-3}{1+1} = -1$

(4) $\lim_{x\to 0}(\cos^2 x - 3^x) = 1-1 = 0$

3. (1) $x \fallingdotseq 0$ のとき $\frac{4x^2+3x}{3x} = \frac{4x}{3}+1$

$\lim_{x\to 0}\frac{4x^2+3x}{3x} = \lim_{x\to 0}\left(\frac{4x}{3}+1\right) = 0+1 = 1$

(2) $x \fallingdotseq 3$ のとき

$\frac{x^2-4x+3}{x-3} = \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} = x-1$

$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-4x+3}{x-1} = \lim_{x\to 3}(x-1) = 2$

(3) $x \fallingdotseq 1$ のとき

$\frac{x^3-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x-1} = x^2+x+1$

$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x-1} = \lim_{x\to 1}(x^2+x+1) = 3$

(4) $x \fallingdotseq 1$ のとき

$\frac{x^2-3x+2}{x^2+2x-3} = \frac{(x-2)(x-1)}{(x+3)(x-1)}$

$= \frac{x-2}{x+3}$

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x^2+2x-3} = \lim_{x\to 1}\frac{x-2}{x+3} = -\frac{1}{4}$

4.

(1) $\lim_{x\to\infty}\frac{3x+4}{2x-1} = \lim_{x\to\infty}\frac{(3x+4)\times\frac{1}{x}}{(2x-1)\times\frac{1}{x}}$

$= \lim_{x\to\infty}\frac{3+\frac{4}{x}}{2-\frac{1}{x}} = \frac{3+0}{2-0} = \frac{3}{2}$

(2) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-1}{x^2+3x+1} = \lim_{x\to\infty}\frac{(2x^2-1)\times\frac{1}{x^2}}{(x^2+3x+1)\times\frac{1}{x^2}}$

$= \lim_{x\to\infty}\frac{2-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}} = \frac{2-0}{1+0+0} = 2$

(3) $\lim_{x\to\infty}\frac{3x+1}{2x^2+x-2} = \lim_{x\to\infty}\frac{(3x+1)\times\frac{1}{x^2}}{(2x^2+x-2)\times\frac{1}{x^2}}$

$= \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}{2+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}} = \frac{0+0}{2+0-0} = 0$

(4) $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4x^2+1}}{x} = \lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4x^2+1}\times\frac{1}{x}}{x\times\frac{1}{x}}$

$= \lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{1} = \frac{\sqrt{4+0}}{1} = 2$

(5) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+4}-x)$

$= \lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+4}-x)\times\frac{\sqrt{x^2+4}+x}{\sqrt{x^2+4}+x}$

$= \lim_{x\to\infty}\frac{(\sqrt{x^2+4})^2-x^2}{\sqrt{x^2+4}+x} = \lim_{x\to\infty}\frac{4}{\sqrt{x^2+4}+x}$

$= 0$

(6) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x}-x)$

$= \lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x}-x)\times\frac{\sqrt{x^2+x}+x}{\sqrt{x^2+x}+x}$

$= \lim_{x\to\infty}\frac{(\sqrt{x^2+x})^2-x^2}{\sqrt{x^2+x}+x}$

$= \lim_{x\to\infty}\frac{x}{\sqrt{x^2+x}+x}$

$= \lim_{x\to\infty}\frac{x\times\frac{1}{x}}{(\sqrt{x^2+x}+x)\times\frac{1}{x}}$

$= \lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x}}+1} = \frac{1}{\sqrt{1+0}+1} = \frac{1}{2}$